



Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante

Departamento de Física, Ingeniería de Sistemas y Teoría de la Señal
Grupo de Automática, Robótica y Visión Artificial



Geodesia en Color

Extensión de la Morfología
Matemática a imágenes en Color

F. Gabriel Ortiz Zamora

Indice



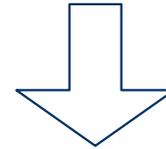
- ▶ Introducción.
- ▶ Imágenes en color.
- ▶ Morfología matemática.
- ▶ Geodesia numérica.
- ▶ Morfología cromática.
- ▶ Geodesia en color.



Introducción

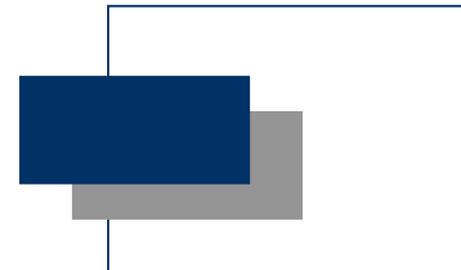


- El empleo del color mejora las tareas de alto nivel en el procesamiento de imágenes.



Tres veces más de información.
Similitud con la visión humana.

- Especialmente útil para:
 - Eliminar sombras.
 - Discriminar objetos cromáticos.



Indice



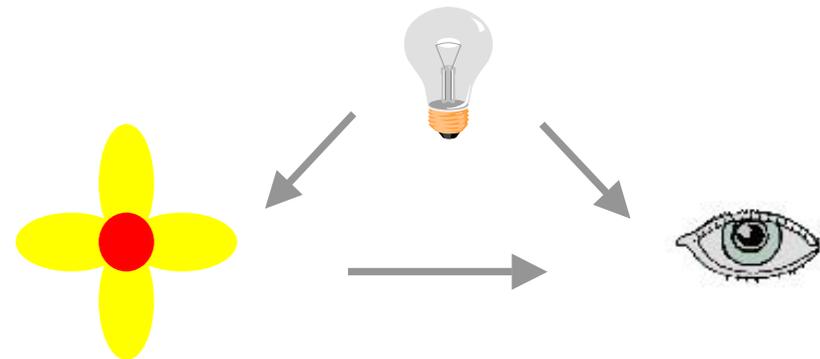
- ▶ Introducción.
- ▶ **Imágenes en color.**
- ▶ Morfología matemática.
- ▶ Geodesia numérica.
- ▶ Morfología cromática.
- ▶ Geodesia en color.



Imágenes en Color



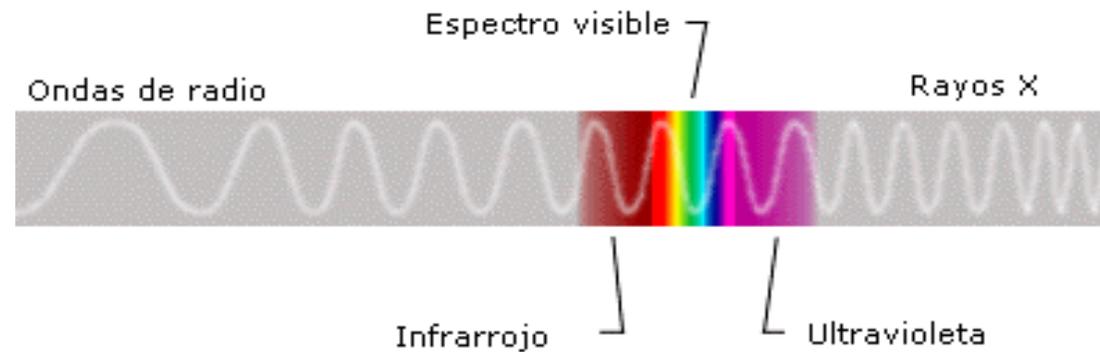
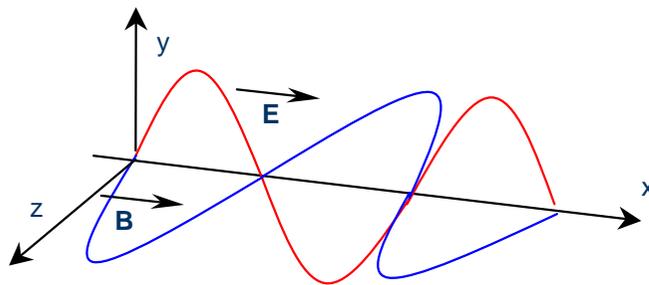
- ▶ El color no es sólo una propiedad de los objetos. Lo que hace que un objeto sea percibido con un determinado color va a responder:
 - Propiedades de la luz incidente en el objeto.
 - Propiedades químicas de la materia de la que están formados los cuerpos.
 - Sistema visual humano.



Imágenes en Color



- La luz posee naturaleza dual.
 - Teoría electromagnética (Propagación de la luz)

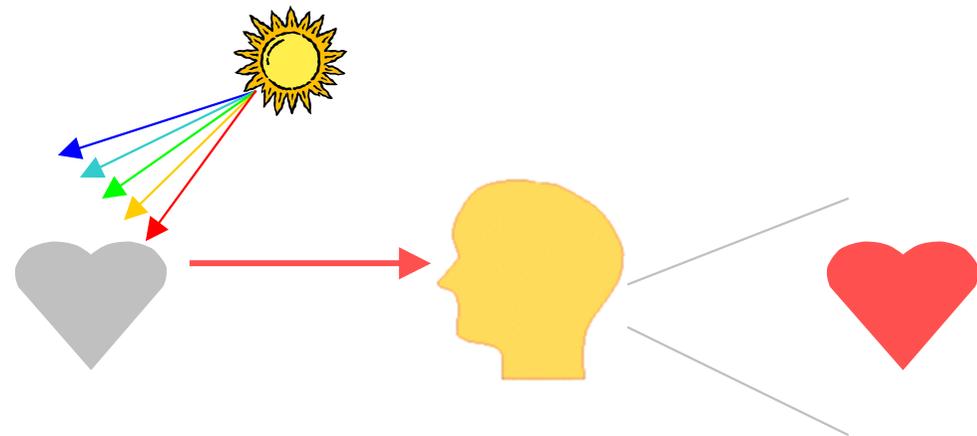


Imágenes en Color



- Modelo corpuscular (interacción de luz con la materia):
 - la luz está formada por cantidades cuantificables de energía (fotones).
 - la energía radiante que incide sobre un objeto se transforma, por una parte, en energía reflejada, en energía transmitida y en energía absorbida:

$$\phi(\lambda) = R(\lambda) + T(\lambda) + A(\lambda)$$

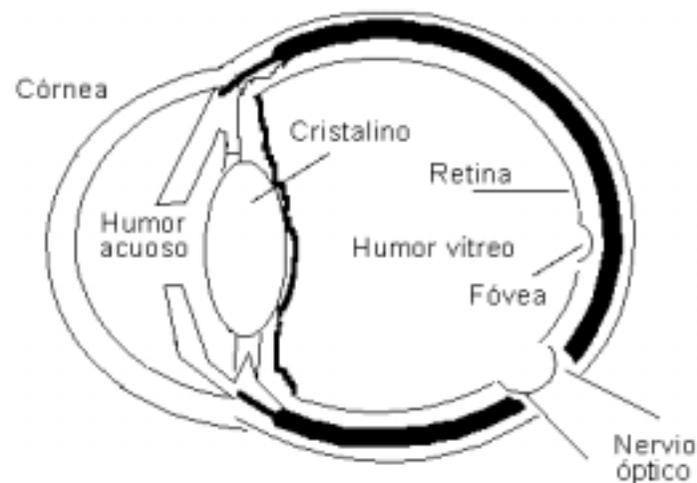


Imágenes en Color

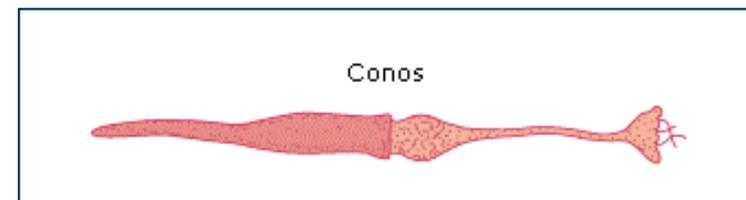


▲ Sistema visual humano:

- En la retina del ojo humano se ubican dos fotorreceptores sensibles a la luz, conocidos como conos y bastones.



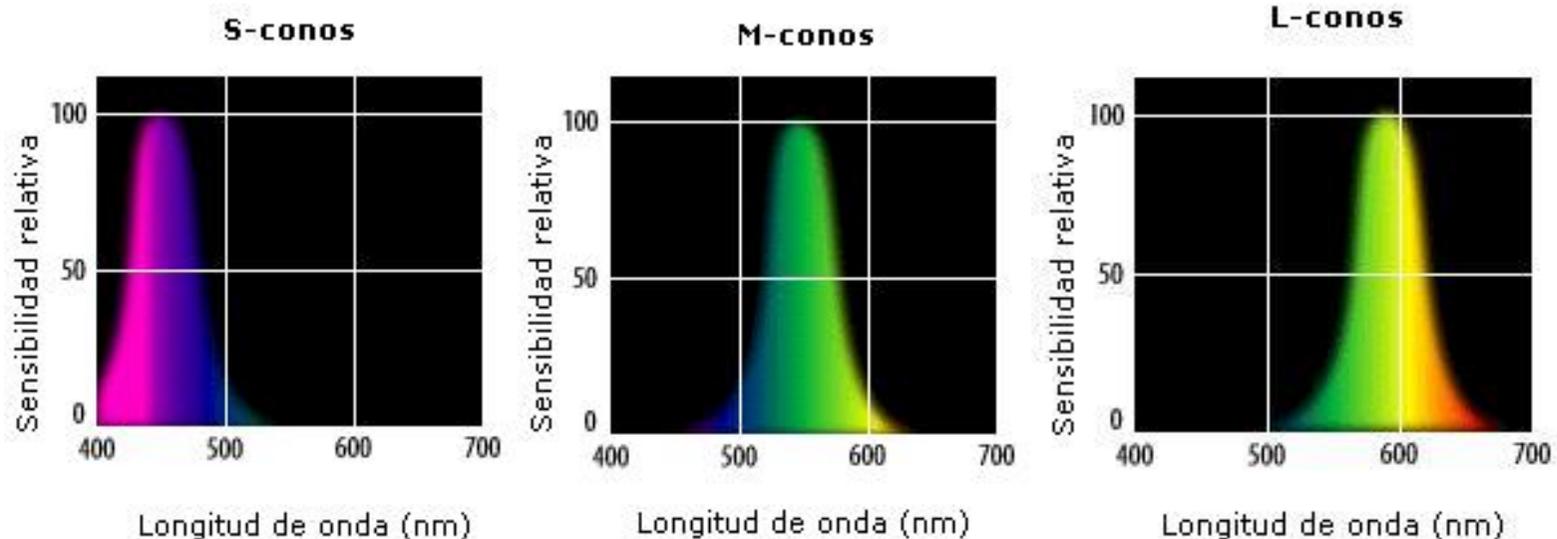
Responsables de la visión en color



Imágenes en Color



- Existen tres tipos de conos. Cada uno sensible a un rango de longitudes de onda. Las respuestas de cada uno de los conos se combinan para formar una imagen en color.

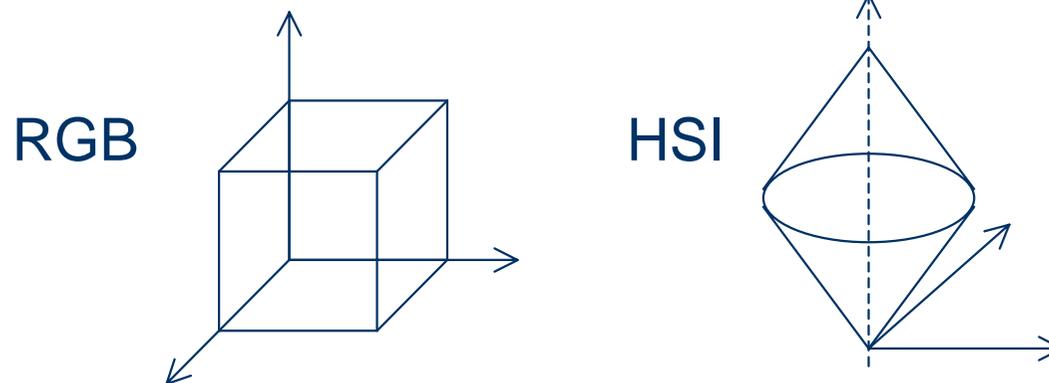


Imágenes en Color



Modelos cromáticos (espacios de color):

- Representación n-dimensionales de percepciones visuales.
- Existen modelos cromáticos para numerosas aplicaciones. Los espacios más empleados en Visión por Computador son el RGB, HSI, YIQ y sus variantes.

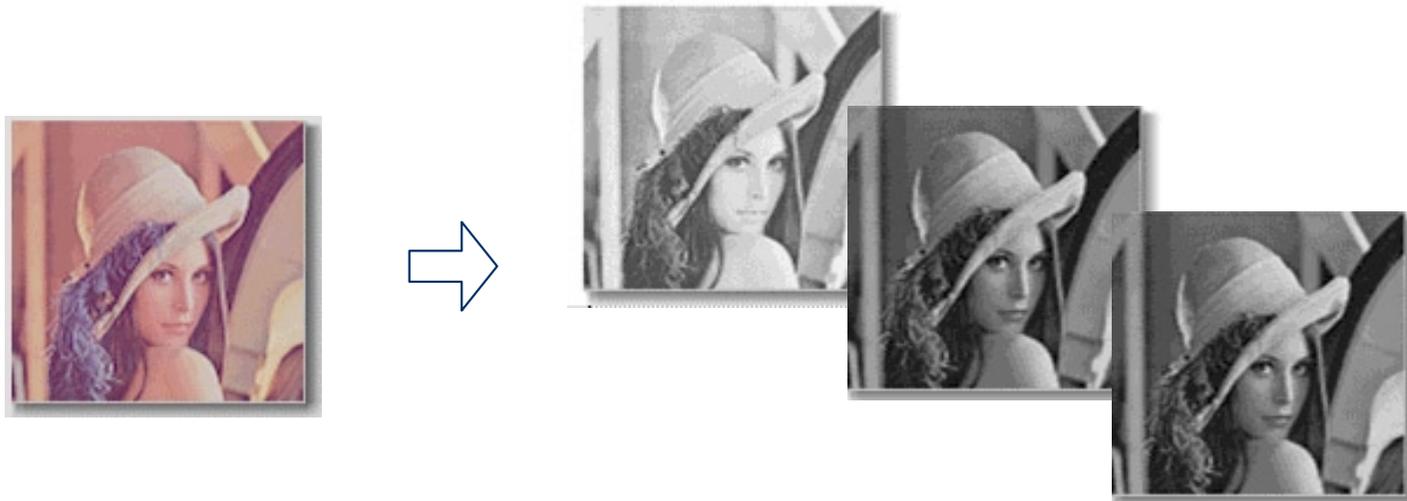


Imágenes en Color



- Las imágenes de color digitales se representan con espacios de color 3-dimensionales:
 - El color de cada pixel en la imagen es vectorial:

$$\mathbf{P}(x, y) = [P_1(x, y), P_2(x, y), P_3(x, y)]^T$$



Indice



- ▶ Introducción.
- ▶ Imágenes en color.
- ▶ **Morfología matemática.**
- ▶ Geodesia numérica.
- ▶ Morfología cromática.
- ▶ Geodesia en color.

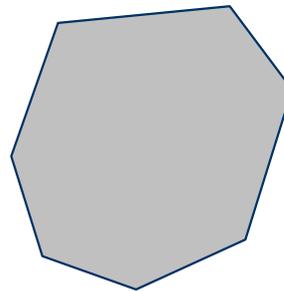


Morfología Matemática



- ▶ La Morfología Matemática es una técnica no lineal de procesamiento de imágenes basada en operaciones de conjuntos.
 - Desde un punto de vista geométrico la morfología matemática consiste en comparar los objetos a analizar con otro tipo de objeto de forma conocida, denominado elemento estructurante.

Objeto



Elemento estructurante





▲ Fundamentos teóricos de la Morfología:

- Teoría de Conjuntos
- Teoría de Orden.

Retículo Completo

Un conjunto L tal que:

1) L está dotado de un ordenamiento parcial \leq con

$$A \leq A$$

$$A \leq B, B \leq A \Rightarrow A = B$$

$$A \leq B, B \leq C \Rightarrow A \leq C$$

2) Para cada familia de elementos $\{X_i\} \in L$, existe en L :
La mayor cota inferior $\wedge \{X_i\}$, llamada **inf** (ínfimo).
La menor cota superior $\vee \{X_i\}$, llamada **sup** (supremo).



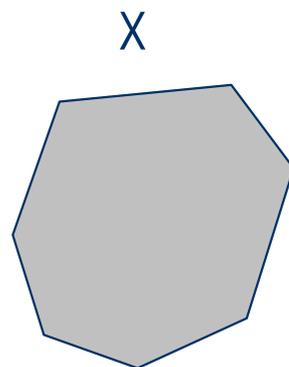


Transformaciones morfológicas elementales:

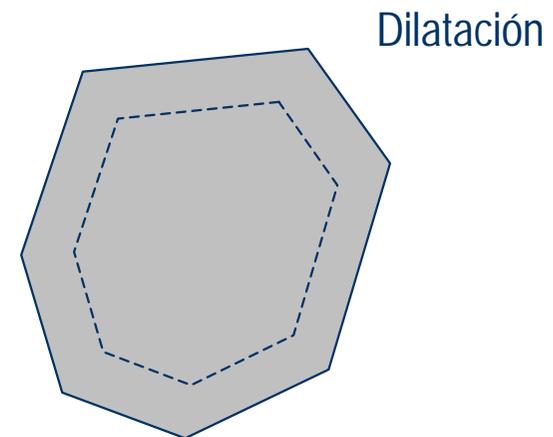
- Dilatación:

- La dilatación de un conjunto X por un elemento estructurante B es la unión de las traslaciones de X según B .

$$\delta_B(X) = X \oplus B = \bigcup_{b \in B} X_b = \bigcup_{x \in X} B_x = \{x + b \mid x \in X, b \in B\}$$



Elemento estructurante





- Erosión:
 - Lugar geométrico de las posiciones del centro del elemento estructurante de modo que éste esté enteramente incluido en X:

$$\varepsilon_B(X) = X \ominus B = \{z : B_z \subseteq X\}$$



Morfología Matemática



- ▲ A partir de las operaciones básicas de erosión y dilatación es posible definir otras operaciones más complejas:

- Apertura:

$$\gamma_B = \delta_B \varepsilon_B$$

- Cierre:

$$\varphi_B = \varepsilon_B \delta_B$$

La apertura y el cierre simplifican la función o imagen original.
Suavizan la señal de forma no lineal.



Indice



- ▶ Introducción.
- ▶ Imágenes en color.
- ▶ Morfología matemática.
- ▶ **Geodesia numérica.**
- ▶ Morfología cromática.
- ▶ Geodesia en color.



Geodesia numérica

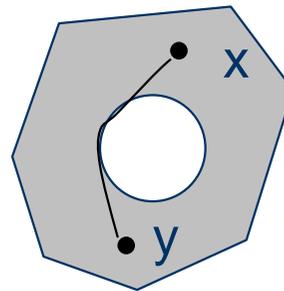


▲ Geodesia binaria:

- Toda pareja formada por un espacio métrico E y un conjunto compacto X , $X \subseteq E$, la morfología matemática asocia una nueva distancia en X llamada distancia geodésica.

Definición:

La distancia geodésica entre dos puntos 'x' e 'y', ambos pertenecientes a X , es el ínfimo de los caminos entre 'x' e 'y' contenidos en X .

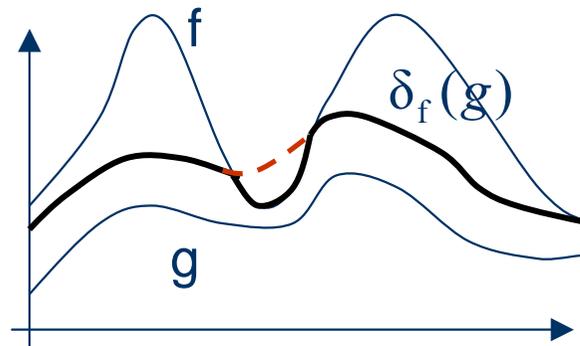


Geodesia numérica



- Basándose en esta distancia es posible definir una nueva clase de erosión y dilatación, denominadas geodésicas.
 - Dilatación geodésica numérica:

- Sean f y g dos funciones numéricas con $g \leq f$.
- La dilatación de g (marcador) por elemento estructurante B dentro de f (mascara) es una dilatación geodésica: $\delta_f(g) = \wedge(\delta(g), f)$



Geodesia numérica



- Erosión geodésica numérica (operación dual a la dilatación):

$$(g \geq f) \quad \varepsilon_f(g) = \vee(\varepsilon(g), f)$$

- Reconstrucción numérica:

- Es la operación más importante en geodesia.
- Se define como la dilatación geodésica de g con respecto a f ($g \leq f$) hasta la idempotencia:

$$R_f(g) = \vee \left\{ \delta_f^{(i)}(g), i > 0 \right\}$$

$$\text{Idempotencia: } \delta_f^{(i)}(g) = \delta_f^{(i+1)}(g)$$



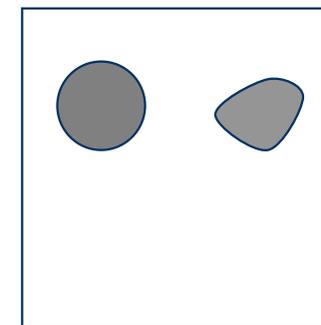
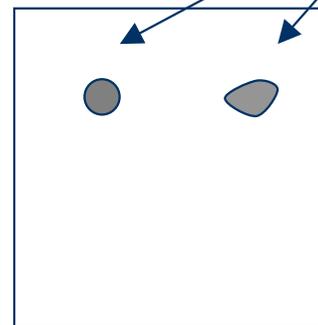
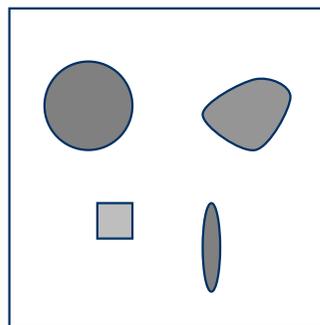
Geodesia numérica



- Apertura por reconstrucción:
 - Dilatación geodésica hasta la idempotencia de una erosión.

$$\gamma^{\text{rec}}(f) = \vee \{ \delta_f^{(i)}(\varepsilon(f)), i > 0 \}$$

- La mascara es la imagen original. La imagen marcador es una erosión de la mascara.



● Elem. Estruc.

Erosión

Apertura por reconstrucción





- Cierre por reconstrucción:
 - Operación dual a la anterior. Erosión geodésica hasta la idempotencia de una dilatación.

Objetivos de la reconstrucción:

- Simplificar la imagen.
- Eliminar objetos no deseados.
- Filtrar la imagen preservando de forma exacta la forma de los objetos.



Indice



- ▶ Introducción.
- ▶ Imágenes en color.
- ▶ Morfología matemática.
- ▶ Geodesia numérica.
- ▶ **Morfología cromática.**
- ▶ Geodesia en color.



Morfología cromática



- La morfología en color se desarrolla a partir de la morfología numérica o en escala de grises.
- Es necesario definir un retículo completo en los espacios de color que representen la información cromática de las imágenes digitales. Inconveniente:



No existe un orden "natural" para datos multidimensionales.

- Criterios de procesamiento:

Procesamiento marginal

Procesamiento vectorial



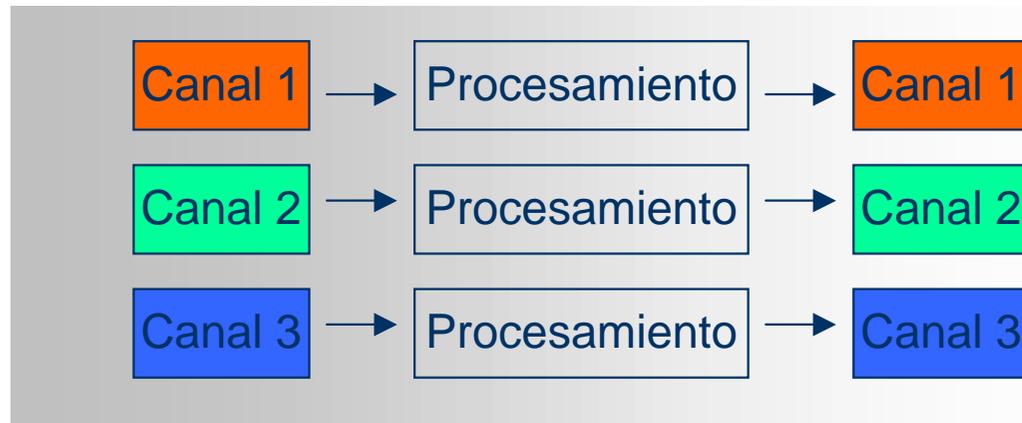
Morfología cromática



▲ Procesamiento marginal:

- Las técnicas morfológicas se implementan en cada uno de los mapas cromáticos de manera independiente.
- El retículo se forma sobre datos unidimensionales. (Imágenes de escala de grises).

Esquema de procesamiento en RGB:



Morfología cromática



- El procesamiento marginal es la opción más sencilla en morfología cromática pero posee un inconveniente:

Falsos colores



Imagen original



Imagen erosionada



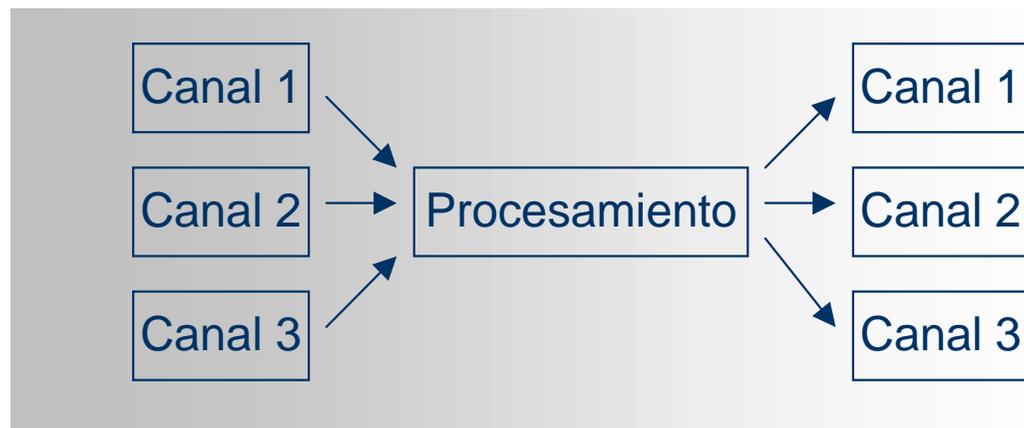
Morfología cromática



▲ Procesamiento vectorial:

- En el tratamiento vectorial una única operación se implementa sobre la imagen, considerada como una composición de pixels vectoriales indivisibles.

Esquema de procesamiento vectorial:



Morfología cromática



- ▲ Existen diferentes métodos de ordenación vectorial:
 - Orden por una componente.
 - Orden por reducción.
 - Orden canónico.
 - Orden por entrelazado de bits.
 - Orden lexicográfico (orden condicional).



Morfología cromática



▲ Orden por una componente y reducción:

- Realmente son pre-ordenes:
 - La relación ' \leq ' es reflexiva y transitiva, pero no antisimétrica.
 - Pueden ocasionar ambigüedad a la hora de detectar ínfimos o supremos (no serán únicos).
 - En la práctica esta ambigüedad desaparece al emplear un criterio de elección geométrico:

Si dos vectores diferentes conducen al mismo ínfimo o supremo se elige el más cercano al origen del elemento estructurante.

- Orden por una componente: HSI es adecuado eligiendo 'I' para el orden.
- Orden por reducción: cualquier espacio de color es válido.



Morfología cromática



▲ Orden canónico:

- Es un orden muy rígido:
 - Dados dos pixels vectoriales \mathbf{P}_i y \mathbf{P}_j en el espacio \mathbb{N}^3 :
$$\mathbf{P}_i \leq \mathbf{P}_j \Leftrightarrow \mathbf{P}_i(z) \leq \mathbf{P}_j(z), \forall z \in \{1,2,3\}$$
- Es un orden parcial: No todos los vectores van a ser comparables:
 - Por ejemplo: $\mathbf{P}_i = (1,2,3)$, $\mathbf{P}_j = (3,2,1)$.
 - Existirá ambigüedad a la hora de decidir ínfimos y supremos.
- No ofrece tanta dependencia a espacios cromáticos como los anteriores órdenes.



Morfología cromática



▲ Orden por entrelazado de bits y orden lexicográfico:

- Son relaciones de orden total (todos los vectores son comparables).
- Por cada vector es posible obtener un número entero único para cada combinación vectorial. Relación de orden ' o ' biyectiva:

$$o: \mathbb{N}^3 \rightarrow \mathbb{N}$$

- Cumplen perfectamente con la noción de retículo (unicidad de ínfimo y supremo) y reducen la rigidez del orden canónico.

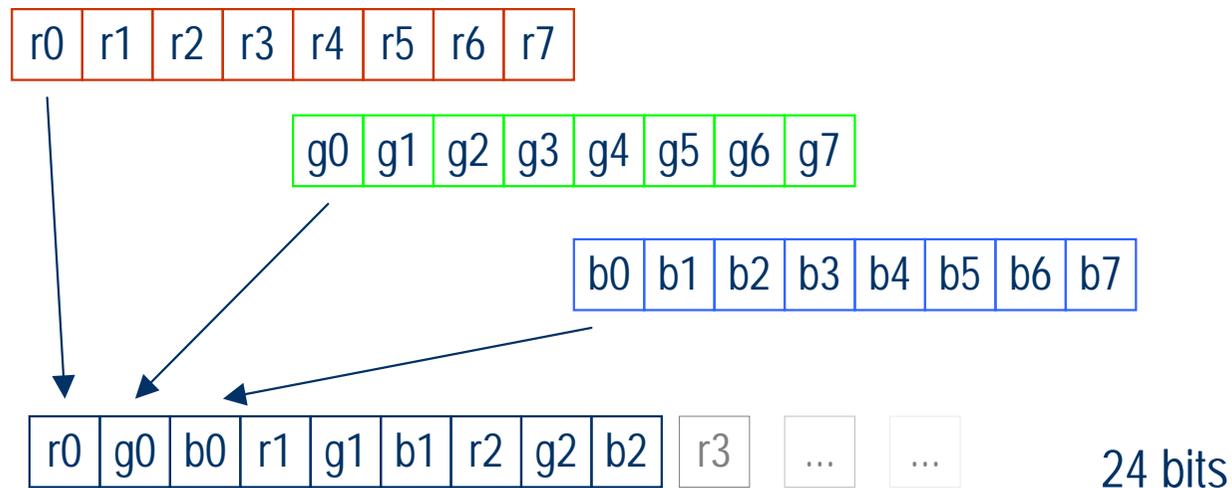


Morfología cromática



▲ Orden por entrelazado de bits:

- Consiste en formar un número entero (de 24 bits) mediante la combinación de los bits de cada canal cromático.



- El empleo del espacio RGB es el más idóneo.



Morfología cromática



▲ Orden lexicográfico (orden condicional):

- Es el orden más flexible de todos.
- Definición:

Dados dos pixels vectoriales \mathbf{P}_i y \mathbf{P}_j en el espacio N^3 :

$$\mathbf{P}_i < \mathbf{P}_j \quad \text{si} \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{P}_i(1) < \mathbf{P}_j(1) \\ \text{sino si} \\ \mathbf{P}_i(1) = \mathbf{P}_j(1) \quad \text{y} \quad \mathbf{P}_i(2) < \mathbf{P}_j(2) \\ \text{sino si} \\ \mathbf{P}_i(1) = \mathbf{P}_j(1) \quad \text{y} \quad \mathbf{P}_i(2) = \mathbf{P}_j(2) \quad \text{y} \quad \mathbf{P}_i(3) < \mathbf{P}_j(3) \end{array} \right.$$

- Orden muy adecuado para modelos HSI, HLS, HSV.





Definición de operaciones morfológicas vectoriales:

Dada una función f y un elemento estructurante plano B , la erosión y dilatación vectorial se representa por:

- Erosión:
$$\varepsilon_{vB}(f)(x, y) = \min_{(s,t) \in B} f(x + s, y + t)$$
- Dilatación:
$$\delta_{vB}(f)(x, y) = \max_{(s,t) \in B} f(x + s, y + t)$$

La nueva definición de \min_o y \max_o es importante porque ahora son operaciones vectoriales. \min_o representa la operación \wedge_v (ahora vectorial), mientras que \max_o es equivalente a \vee_v .



Indice



- ▶ Introducción.
- ▶ Imágenes en color.
- ▶ Morfología matemática.
- ▶ Geodesia numérica.
- ▶ Morfología cromática.
- ▶ **Geodesia en color.**



Geodesia en Color



- ▶ Al igual que en escala de grises, el objetivo principal de la geodesia en color es la reconstrucción.
- ▶ Para la definición de la geodesia en imágenes en color hay que tener en cuenta que las operaciones son ahora vectoriales.
 - Dilatación geodésica:

- Sean f y g dos funciones vectoriales (imágenes en color) con $g \leq f$.
- La dilatación de g (marcador) por elemento estructurante B dentro de f (mascara) es una dilatación geodésica:

$$\delta_{v_f}(g) = \wedge_v(\delta_v(g), f)$$



Geodesia en color



Reconstrucción en color:

Se define como la dilatación geodésica vectorial de g con respecto a f ($g \leq f$) hasta la idempotencia:

$$R_{vf}(g) = \vee_v \left\{ \delta_{vf}^{(i)}(g), i > 0 \right\}$$

$$\text{Idempotencia: } \delta_{vf}^{(i)}(g) = \delta_{vf}^{(i+1)}(g)$$

Aplicaciones realizadas:

- Simplificación de imágenes:
 - Eliminación de partículas.
- Detección y reconstrucción de objetos cromáticos.



Geodesia en color



▲ Simplificación de imágenes:

Eliminación de partículas: Eliminación de brillos

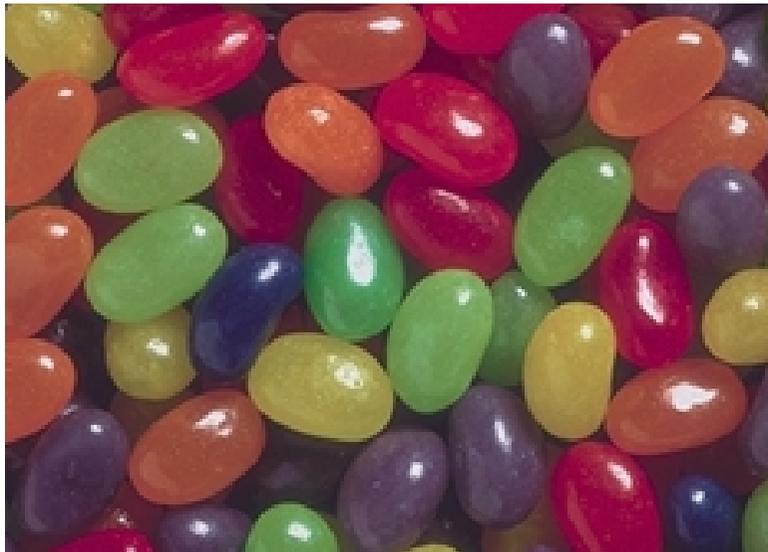
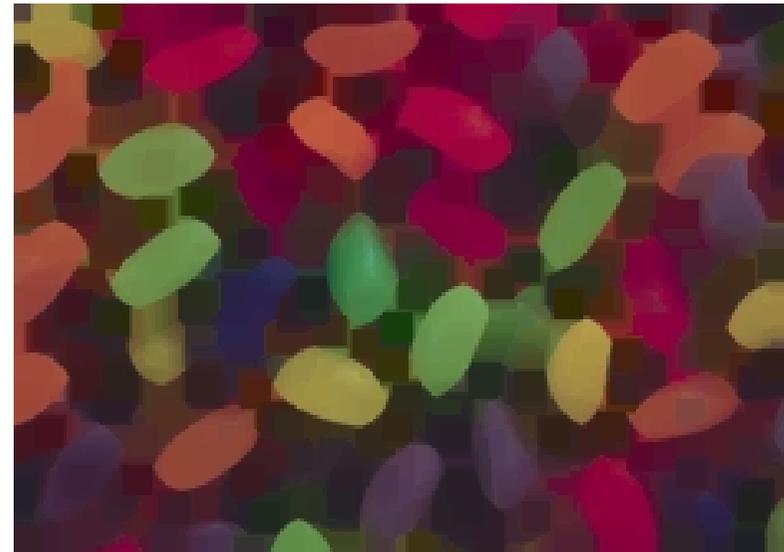


Imagen original



Erosión mediante orden lexicográfico I-> H-> S
(Elem. Estruct. de tamaño 3)



Geodesia en color



▲ Simplificación de imágenes (cont):

Eliminación de partículas: Eliminación de brillos

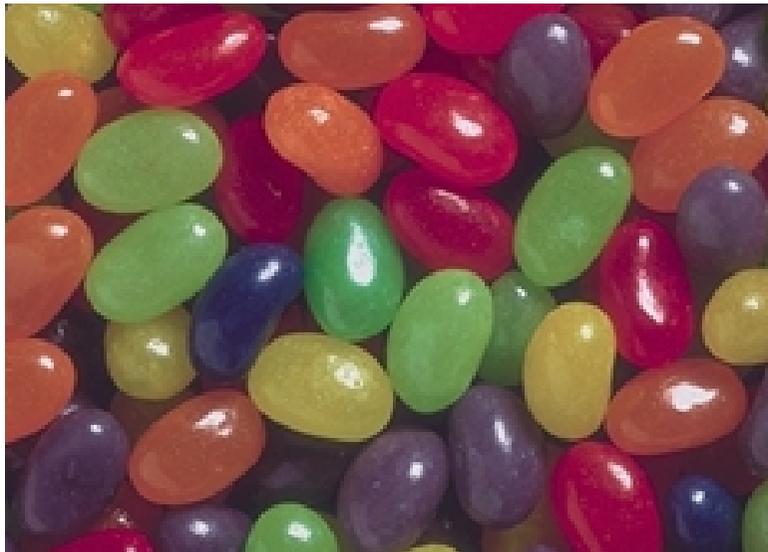


Imagen original



Apertura por reconstrucción:

Dilatación geodésica hasta la idempotencia



Geodesia en color



▲ Simplificación de imágenes



Imagen original



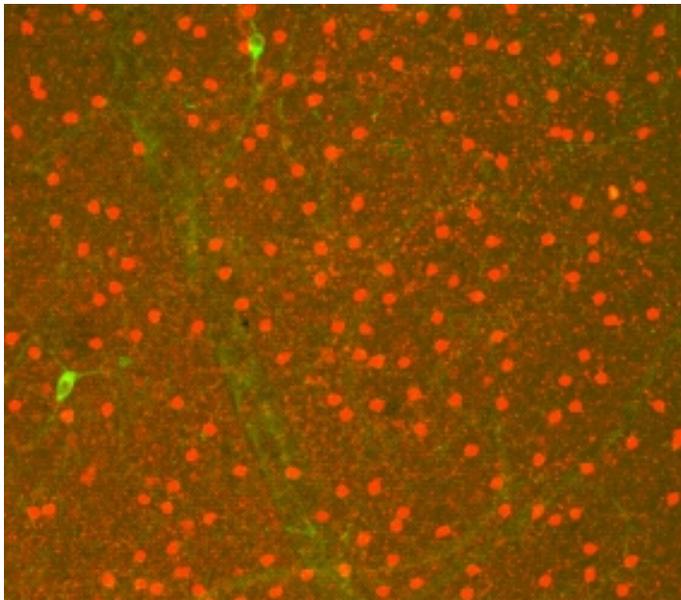
Apertura por reconstrucción





▲ Detección y reconstrucción de objetos cromáticos:

Morfología en color para análisis de imágenes neuronales



Objetivos:

- Detección de células.
- Filtrado.
- Separación de células y marcación.
- Elaboración de estadísticas.



Geodesia en color



▲ Detección de células. Reconstrucción:

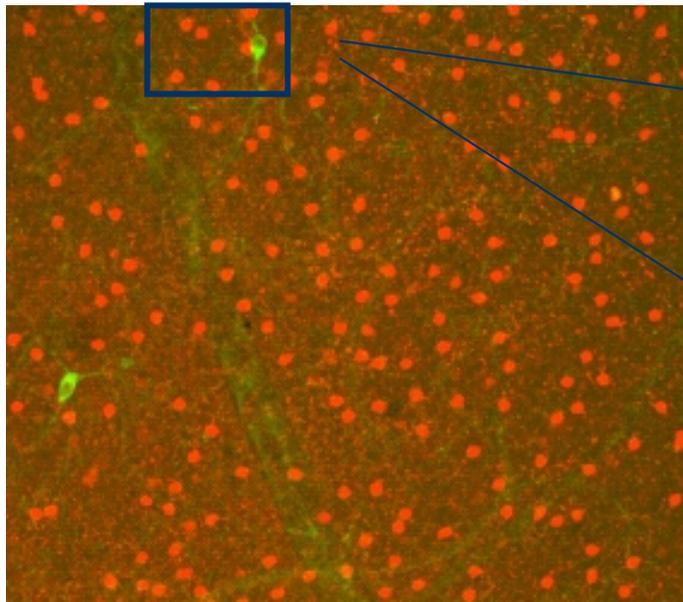
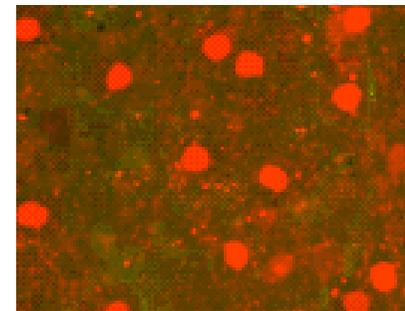
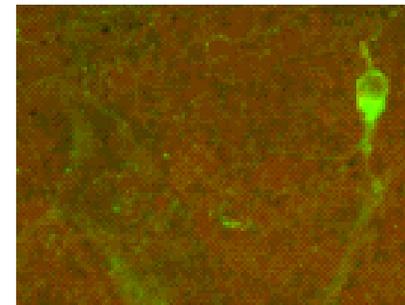


Imagen original

Aperturas por reconstrucción



Retículo lexicográfico H -> I -> S
Ínfimo: hue 0°



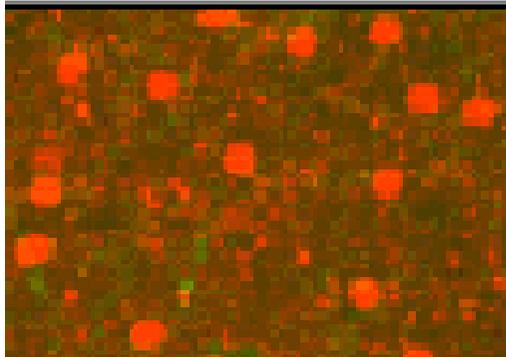
Retículo lexicográfico H -> I -> S
Ínfimo: hue 120°



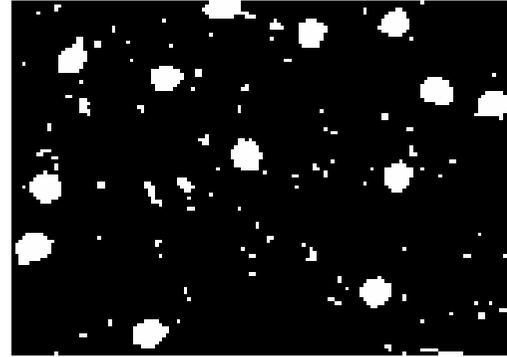
Geodesia en color



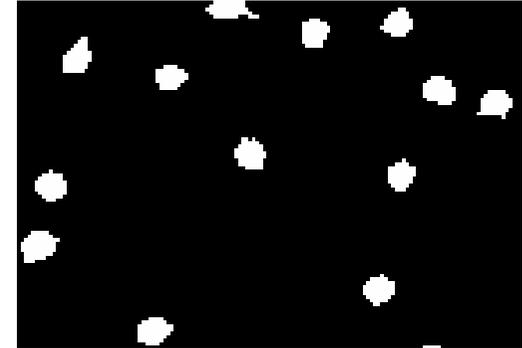
▲ Filtrado:



Color



Escala de grises y binarización



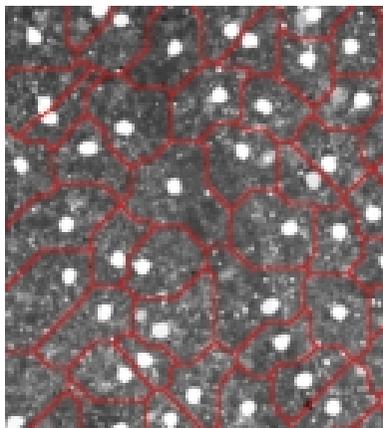
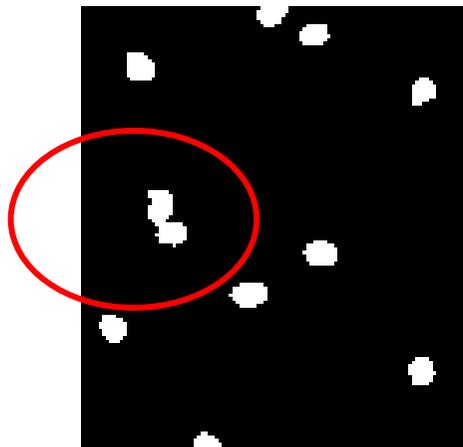
Área opening



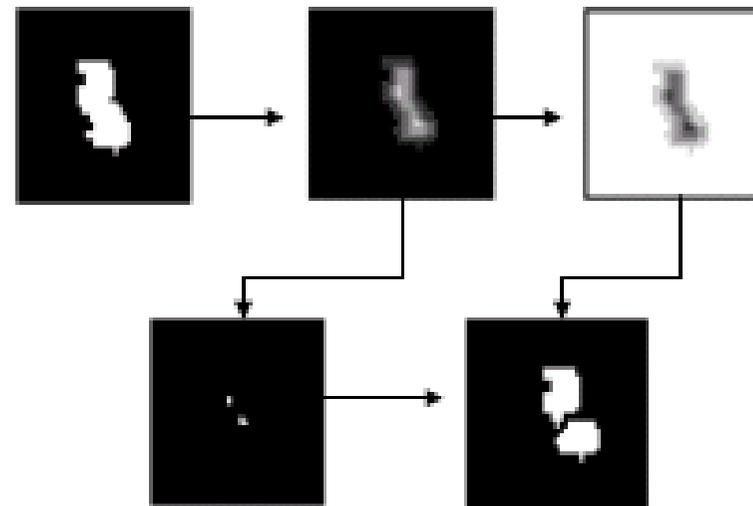
Geodesia en color

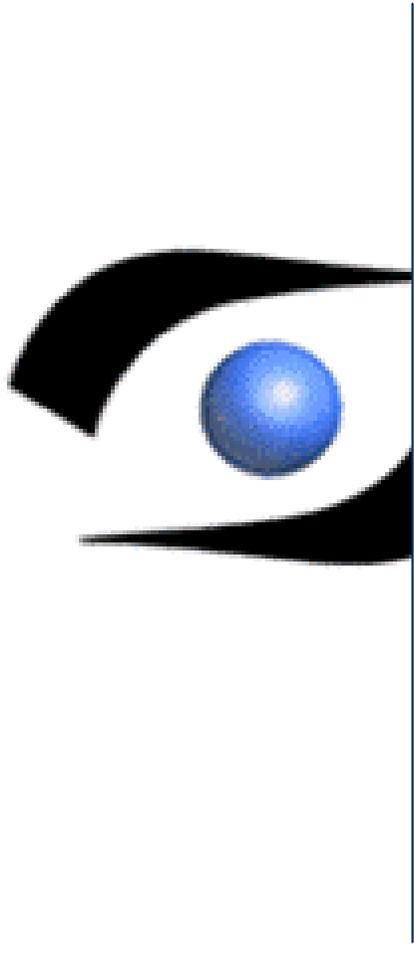


- ▲ Separación de células: Segmentación controlada por marcador



Proceso de separación (Pierre Soille)





© Grupo de Automática, Robótica y Visión Artificial



Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante